

## LAHENDUSED 10.klass

### 1. Vastus: 25%

#### Lahendus:

Olgu esialgne aine lahuse kogus  $x$ . Siis on vett selles  $0,8x$  ja ainet  $0,2x$ . Pärast vee aurutamist oli aine sisalduvus lahuses 25%. Järelikult oli aine kogus pärast aurutamist

$0,2x : 0,25 = 0,8x$  ja sellest vett  $0,8x - 0,2x = 0,6x$ . See moodustab  $\frac{0,6x}{0,8x} = 0,75$  ehk

75% esialgsest veekogusest, järelikult aurutati välja 25% vett.

#### Hindamine:

Vee ja aine koguse avaldamine $x$ kaudu	2p
Aine sisalduvuse leidmine pärast aurutamist	1p
Vee koguse leidmine pärast aurutamist	2p
Arvutamine, vastus	<u>2p</u>
	<b>7p</b>

Ainult õige vastuse eest anda 1 punkt.

2. Vastus:  $\frac{3}{8}$

Lahendus:

$$x^2 + \frac{1-4k}{k^2-3k+1} \cdot x + \frac{3}{k^2-3k+1} = 0$$

Olgu üheks lahendiks  $a$ , siis teine lahend on  $3a$ .

Viete'i teoreemi järgi

$$\begin{cases} 3a^2 = \frac{3}{k^2-3k+1} \\ 4a = \frac{4k-1}{k^2-3k+1} \end{cases}.$$

Teisest võrrandist avaldame  $a = \frac{k - \frac{1}{4}}{k^2 - 3k + 1}$ , järelikult

$$\left( \frac{k - \frac{1}{4}}{k^2 - 3k + 1} \right)^2 = \frac{1}{k^2 - 3k + 1}$$

$$\frac{k^2 - \frac{k}{2} + \frac{1}{16}}{(k^2 - 3k + 1)^2} - \frac{1}{k^2 - 3k + 1} = 0$$

$$\frac{k^2 - \frac{k}{2} + \frac{1}{16} - k^2 + 3k - 1}{(k^2 - 3k + 1)^2} = 0$$

$$\frac{5}{2}k - \frac{15}{16} = 0, \quad k^2 - 3k + 1 \neq 0$$

$$k = \frac{15}{16} : \frac{5}{2}$$

$$k = \frac{3}{8}$$

Hindamine:

Süsteemi koostamine Viete'i teoreemi järgi  
 $a$  avaldamine ning murdvõrrandi koostamine  
Murdvõrrandi lahendamine ja õige vastus

3p  
1p  
3p  
7p

### 3. Vastus: 41 erinevat arvupaari

#### Lahendus:

Selleks, et arvude korrutis jaguks 77-ga peab üks nendest jaguma 77-ga või üks jaguma 7-ga ja teine 11-ga.

Esimene võimalus: Üks arvudest jagub 77-ga. Üldisust kitsendamata oletame, et arv  $a$  jagub 77-ga. Siis  $b = 2015 - a$ . Selliseid paare on  $2015 / 77 = 26$ .

Teine võimalus: Üks arvudest jagub 11-ga, teine 7-ga. Üldisust kitsendamata oletame, et arv  $a$  jagub 11-ga. Siis  $b$  jagub 7-ga. Kuna nende summa peab olema 2015, siis  $a$  peab andma arvuga 2015 7-ga jagamisel sama jäägi.

2015 annab seitsmega jagamisel jäägi 6.

Nüüd leiame esimese sellise  $a$  mis jagub 11-ga ja mis sobib:

11 7-ga jagamisel annab jäägi 4.

22 7-ga jagamisel annab jäägi 1.

33 7-ga jagamisel annab jäägi 5.

44 7-ga jagamisel annab jäägi 2.

55 7-ga jagamisel annab jäägi 6, mida meil ongi vaja saada.

Ehk  $a = 55 + 77n$ , kus  $0 \leq n$ . Selliseid paare on  $(2015 - 55) / 77 = 25$ . Ehk  $0 \leq n \leq 25$

Järelikult on olemas 26 erinevat varianti.

Need võimalused ei kattu, kuna teisel juhul  $a$  ei jagu 7-ga.

Nüüd vaatame, et arvud ei jaguks 5-ga.

Kuna 2015 jagub viiega, siis piisab sellest, et üks arvudest ei jaguks viiega.

Esimesel variandil 77 jagub 7-ga ja 11-ga mis on algarvud, ehk  $77n$  jagub 5-ga, kui  $n$  jagub viiega. Kuna  $1 \leq n \leq 26$ , siis ei sobi  $n$  väärtuseks arvud: 5, 10, 15, 20, 25. Ehk sobivad  $26 - 5 = 21$  arvupaari.

Teisel variandil  $55 + 77n$  jagub viiega siis, kui  $77n$  jagub viiega. Kuna  $0 \leq n \leq 25$ , siis ei sobi  $n$  väärtuseks arvud: 0, 5, 10, 15, 20, 25. Ehk sobivad  $26 - 6 = 20$  arvupaari.

Kokku sobivad 41 erinevat arvupaari.

#### Hindamine:

Arvupaaride arvu leidmine, kui üks arvudest jagub 77-ga	2p
Arvupaaride arvu leidmine, kui üks arv jagub 7-ga, teine 11-ga	3p
Nende võimaluste lahutamise, kus üks arvudest jagub 5-ga:	<u>2p</u>
	<b>7p</b>

4. Vastus:  $|AC|=10$  cm

Lahendus

Kuna AC ja DE on paralleelsed, siis

$$\angle EDA = \angle CAD .$$

Et AD on nurgapoolitaja, siis

$\angle CAD = \angle EAD$ , järelikult

$$\angle EDA = \angle EAD$$

ning kolmnurk AED on võrdhaarne. Siit

$|DE|=|AE|=6$  cm.

Lõikude AC ja ED paralleelsusest saame, et

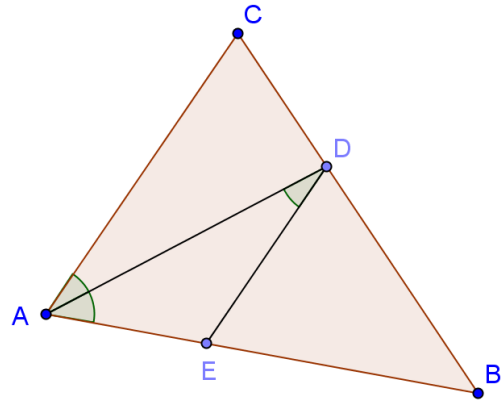
kolmnurgad ACB ja EDB on sarnased

(tunnuse NN põhjal). Järelikult

$$\frac{|AC|}{|ED|} = \frac{|AB|}{|EB|}$$

Siit leiame

$$|AC| = \frac{6 \cdot 15}{9} = 10 \text{ (cm)}.$$



Hindamine:

Leitud, et $\angle EDA = \angle CAD$ :	1p
Näidatud, et $\angle EDA = \angle EAD$ :	1p
Näidatud, et $ DE =6$ cm:	1p
Kolmnurkade ACB ja EDA sarnasus:	2p
Sarnasusest leitud $ AC $ :	2p

Ainult õige vastuse eest anda 1 punkt.

## 5. Vastus: võidab Jüri

Kuna poisid saavad võtta 3, 4 või 5 münti, ning  $3 + 5 = 8$  ja  $4 + 4 = 8$ , siis sõltumata müntide arvust, mida võttis esimene mängija, teine mängija saab alati võtta nii palju münte, et võetud müntide arvu summa oleks 8.

(kui esimene võtab 3 münti, siis teine võtab 5;

Kui esimene võtab 4 münti, siis teine võtab ka 4;

Kui esimene võtab 5 münti, siis teine võtab 3)

2015-ga lähim arv, mis 8-ga jagamisel annab jäägiks 2, on 2010. Jüri esimese käiguga peab võtma 5 münti, siis jääb 2010 münti (mis 8-ga jagamisel annab jäägi 2).

Seejärel peale iga Peetri käiku ta võtab niipalju münte, et nende summa oleks 8, ehk teiste sõnadega müntide arv kottis peab kogu aeg andma jäägi 2 kaheksaga jagades. Lõpuks jääb Peetri käiguks 2 münti. Ehk võidutaktika on Jüri, kes saab alati võita sõltumata sellest kuidas mängib Peeter.

### Hindamine:

Näidatud, et teine mängija saab alati võtta nii palju münte, et viimasel käigul võetud esimese ja teise mängija müntide summa oleks 8	3p
Näidatud, et Jüri peab esimesel käigul võtma 5 münti	2p
Näidatud, et Jüri peab iga järgmisel käigul võtma nii palju münte, et müntide summa viimase Peetri võtmisega oleks 8	<u>2p</u>
	<b>7p</b>

Ainult õige vastus: 0p.